

文章编号:1000-8055(2012)09-2063-12

带有气动及结构非线性的二元机翼颤振分析

王益锋¹, 邵 松², 朱清华², 张呈林²

- (1. 中国商用飞机有限责任公司 上海飞机设计研究院 强度设计研究部, 上海 200232;
2. 南京航空航天大学 航空宇航学院 直升机旋翼动力学重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 研究了翼型在低马赫数条件下的非定常气动特性, 从翼型表面气流运动的角度对 Leishman-Beddoes(L-B)模型进行了修正, 并在此基础上建立了适合低马赫数颤振研究且带有气动及结构非线性的二元机翼气弹系统分析模型. 对比低马赫数翼型气动载荷试验结果表明对 L-B 模型的修正是有效的, 且机翼颤振试验结果亦验证了二元机翼气弹分析模型. 研究结果表明: 二元机翼气弹系统的失速颤振与初始变距角和来流速度密切相关, 且耦合的三次非线性变距和浮沉刚度是造成系统呈现准周期运动的主要原因.

关 键 词: 颤振; 动态失速; 低马赫数; 结构非线性; 分岔

中图分类号: V211.52

文献标志码: A

Flutter analysis of a two-dimensional wing with aerodynamic and structural nonlinearity

WANG Yi-feng¹, SHAO Song², ZHU Qing-hua², ZHANG Cheng-lin²

- (1. Stress Department, Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Commercial Aircraft Corporation of China Limited, Shanghai 200232, China;
2. Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics Laboratory, College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The unsteady and dynamic stall aerodynamic behavior of airfoil at low Mach number was investigated, and the modified Leishman-Beddoes (L-B) model was modeled from the viewpoint of the convection of the flow on the airfoil surface. Based on the modified L-B model, the flutter analysis model of a two-dimensional wing with aerodynamic and structural nonlinearity at low Mach number was presented. The modification to L-B is effective by comparing with experimental airfoil airload results, and the wing flutter experimental results also verify the analysis model of the two-dimensional wing aeroelastic system. Results demonstrates that the stall flutter of airfoil aeroelastic system is closely related to the initial pitch angle and the inflow velocity, and the quasi-periodical oscillation motion of the two-dimensional wing aeroelastic system mainly caused by the coupled cubic nonlinear stiffness in pitch and plunge.

Key words: flutter; dynamic stall; low Mach number; structural nonlinearity; bifurcation

收稿日期: 2011-12-09

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120921.1251.020.html>

基金项目: 航空科学基金(20115752035); 直升机旋翼动力学重点实验室基金(9140C400101120)

作者简介: 王益锋(1981—), 男, 江苏南通人, 工程师, 博士, 主要从事民用飞机强度设计与研究.

二元机翼气弹系统是典型的非线性动力学系统,很难通过线性理论进行有效地分析^[1-4].气动力、惯性力和弹性力的相互耦合作用使二元机翼气弹系统产生自激振动,易发生颤振现象,该问题常出现在机翼、直升机桨叶和风机叶片等上^[5-11].

失速颤振源于气动力的非线性特性,在低速条件下同样会发生,且伴有极限环运动的产生^[12-14].动态失速表现为翼型或机翼表面气流分离和涡运动造成升力或力矩的突降,文献^[15-19]对该现象进行了试验及理论研究.由于动态失速的机理较为复杂,采用三维模型进行计算不仅耗时且准确性较差,目前在工程计算时,常采用半经验的二维翼型动态失速气动模型,如 Beddoes, Johnson, ONERA (Office National d'Etudes et de Reserchers Aerospatals) 和 Leishman-Beddoes (L-B) 等模型^[16-19],其中 L-B 模型因其方法简单直观,涉及经验参数少,且计算速度快而广泛用于预测二维翼型气动载荷. L-B 模型最初用于直升机气动载荷研究,旋翼桨叶工作区间处于中等马赫数 ($Ma = 0.3 \sim 0.8$), Beddoes^[20] 和 Sheng 等^[21-22]通过试验研究发现在低速 ($Ma < 0.3$) 条件下该模型存在与试验值不符的问题,如失速角明显提前,失速后及气流附着沿时垂直力超调值较小等.文献^[20-23]均对 L-B 模型进行了修正,得到较为准确的结果,但均存在一些不足之处.为此,本文将从低马赫数条件下翼型表面气流运动的本质出发对该模型进行修正,使其能够准确的预测翼型气动载荷.

结构非线性,如间隙、二次及三次非线性刚度等对二元机翼气弹系统响应的影响很大,文献^[8-11]对该问题进行了研究,但只针对中、高马赫数,且仅考虑非线性变距或浮沉刚度对气弹系统的影响,因此本文将结合低马赫数修正 L-B 模型和二元机翼结构动力学模型研究低速条件下二元机翼气弹系统的失速颤振问题,并在此基础上分析耦合非线性变距和浮沉刚度对二元机翼气弹系统的影响.

1 L-B 低马赫修正模型

L-B 模型在低马赫数条件下预测的气动载荷变化规律与试验数据相比存在不符的问题.本节将在 L-B 模型^[19], Beddoes^[20] 及 Sheng 等^[21-22]研究的基础上,充分考虑翼型表面涡流运动对气动载荷的影响,在低马赫数条件下修正 L-B 模型.

1.1 上升沿失速过程修正

Niven 等^[23]根据低马赫数条件下翼型气动载荷试验的结果指出:翼型的附面层气流的扰动需要一定的时间发展成足够强的涡流导致前缘压力超过临界值而使动态失速发生.为了将该效应计入 L-B 模型中,本文借鉴原模型中的延迟方法,对前缘压力 C'_{N_n} 再进行一阶延迟,得到二次延迟的前缘压力 C''_{N_n} ,并以指数函数的形式给出,如式(1)和式(2)所示

$$C''_{N_n} = C'_{N_n} - D_{b_n} \quad (1)$$

$$D_{b_n} = D_{b_{n-1}} \exp\left(\frac{-\Delta S}{T_b}\right) + (C'_{N_n} - C'_{N_{n-1}}) \exp\left(\frac{-\Delta S}{2T_b}\right) \quad (2)$$

式中 T_b 为时间延迟常数,由翼型试验获得^[23].当 $C''_{N_n} > C_{N_1}$, 翼型进入失速状态.

低马赫数条件下翼型气动载荷试验表明,翼型失速后垂直力有较为明显的超调值^[21], L-B 模型未考虑该效应, Sheng 等从延迟的气流分离点和涡流运动角度对翼型气动载荷的超调值进行了修正^[21].

1) 垂直力的超调值由下式给出

$$\Delta C_n^v = B_1 (f'' - f) V_x \quad (3)$$

式中 B_1 为低马赫数与翼型相关的试验参数^[21], 且 V_x 为垂直力形函数,如下所示

$$V_x = \begin{cases} \sin^{3/2}\left(\frac{\pi\tau}{2T_v}\right) & 0 < \tau < T_v \\ \cos^2\left[\frac{\pi(\tau - T_v)}{T_{vl}}\right] & \tau > T_v \end{cases} \quad (4)$$

2) 脱落涡在翼型表面上的移动产生较大的低头力矩,其超调值正比于垂直力.变距力矩的增加值为

$$\Delta C_m^v = B_2 [1 - \cos(\pi\tau_v/T_v)] \Delta C_n^v \quad (5)$$

其中 B_2 为低马赫数与翼型相关的试验参数^[21].

1.2 下降沿气流再次附着阶段修正

低马赫翼型气动载荷试验表明 L-B 模型预测的垂直力在翼型下降沿的变化规律上与垂直力的试验值存在较大差别,原因是翼型下降沿气流的再次附着阶段翼型上表面的涡运动对垂直力仍存在很强的影响,垂直力持续下降,该现象被 Ericsson 等称为翼型运动下降沿垂直力的“低调值”^[24],与上升沿动态失速后垂直力的“超调值”相对应^[23]. L-B 模型在建模过程中同样未将垂直力的“低调值”加以考虑,为此本文拟从气流再次附着阶段涡运动的角度对 L-B 模型进行修正.

1) $\alpha_{\min}$ 用来表征翼型下降沿气流附着阶段涡运动过程的结束,也表示翼型动态失速过程的结束,由下式给出

$$\alpha_{\min} = \alpha_{\min 0} + T_r q, \alpha < \alpha_{\min 0} \quad (6)$$

式中 $\alpha_{\min 0}$ 表示下降沿气流再次附着阶段的起始角度, T_r 为气流再次附着阶段涡运动时间常数^[22], 当 $\alpha < \alpha_{\min}$ 时气流再次附着阶段翼型上表面涡运动停止,气流由分离进入完全附着阶段。

2) 翼型下降沿气流附着阶段由于翼型表面涡的运动使得垂直力产生“低调值”,由式(8)给出。

$$V_{xr} = \begin{cases} \sin^{3/2} \left(\frac{\pi \tau_r}{2 T_r} \right) & 0 < \tau_r < T_r \\ \cos^2 \left(\frac{\pi(\tau_r - T_r)}{2 T_r} \right) & \tau_r > T_r \end{cases} \quad (7)$$

$$\Delta C_{nr}^v = B_1 (f_r'' - f) V_{xr} \quad (8)$$

式中 V_{xr} 为气流再次附着阶段垂直力形函数, f_r'' 表示气流再次附着阶段延迟分离点,且 τ_r 表征翼型下降沿气流附着阶段翼型表面涡运动的无量纲时间。

2 二元机翼气弹系统

图1为二元机翼气弹系统示意图。 V 表示来流速度, h 为浮沉运动位移, θ 为变距角, K_h 为浮沉运动线性刚度, K_θ 为变距线性刚度, b 为半弦

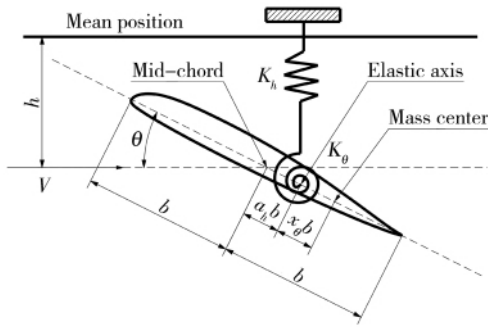


图1 二元机翼气弹系统

Fig. 1 Aeroelastic system of the two-dimensional wing

长, a_h 和 x_θ 为相对于半弦长 b 的无量纲参数, 且分别表示弹性轴到翼型中点和质量中心的距离。耦合三次非线性变距和浮沉刚度的二元机翼气弹模型由式(9)和式(10)给出

$$m \ddot{h} + S \dot{\theta} + C_h \dot{h} + F_n(h) = -Q_h \quad (9)$$

$$I_\theta \ddot{\theta} + S \ddot{h} + C_\theta \dot{\theta} + M_{nl}(\theta) = Q_\theta + Q_h \left(\frac{1}{2} c \right) \left(\frac{1}{2} + a_h \right) \quad (10)$$

式中 m 为单元长度质量, c 为弦长, S 为质量静

矩, I_θ 为翼型相对 1/4 弦线的极惯性矩, C_h 为浮沉运动阻尼, C_θ 为变距运动阻尼, Q_h 和 Q_θ 分别表示气动力和力矩, 且 $F_{nl}(h)$ 和 $M_{nl}(\theta)$ 分别表示三次非线性结构恢复力及力矩, 由下式给出

$$F_{nl}(h) = K_h(h + \beta_h h^3) \quad (11)$$

$$M_{nl}(\theta) = K_\theta(\theta + \beta_\theta \theta^3) \quad (12)$$

式中 β_θ 和 β_h 分别为三次非线性变距及浮沉刚度系数。

将式(9)和式(10)转化为矩阵形式, 则有

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = Q \quad (13)$$

式中

$$M = \begin{bmatrix} m & S_\theta \\ S_\theta & I_\theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$Q =$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 \begin{bmatrix} -c & 0 \\ 0 & c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_N \\ C_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_h K_h h^3 \\ \beta_\theta K_\theta \theta^3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

迎角 α 和无量纲变距率 q 由下式给出

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta + \frac{h}{V} \\ \frac{\dot{\theta} c}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 + \frac{\dot{x}_1}{V} \\ \frac{\dot{x}_2 c}{V} \end{bmatrix} \quad (18)$$

综合前述低马赫修正 L-B 模型和二元机翼结构动力学模型形成二元机翼气弹系统分析模型。二元机翼气弹分析模型具有高度非线性特征, 且 L-B 低马赫修正模型含有多个杜哈美 (Duhamel) 卷积运算和复杂的逻辑运算, 因此在本文拟采用文献[25]给出的 Crank-Nicolson 数值差分法求解二元机翼气弹系统动力学方程。

3 结果与分析

3.1 L-B 低马赫修正模型验证

图2为 NACA0012 翼型在 $Ma=0.12$ 时迎角单调上升阶段垂直力变化规律, 图中分别显示了本文修正的 L-B 模型、L-B 模型垂直力计算和文献[21]中的试验值。从图中可以看出, L-B 模型在低马赫数条件下未能准确的预测该阶段垂直力的变化规律, 而本文在建模过程中将翼型上升沿的失速准则及垂直力的“超调值”加以考虑, 因此, 本文修正的 L-B 模型在迎角单调上升阶段预测的垂直力变化规律与文献[21]中的试验值较吻合。

图3为 NACA0015 翼型在 $Ma=0.12$ 时迎

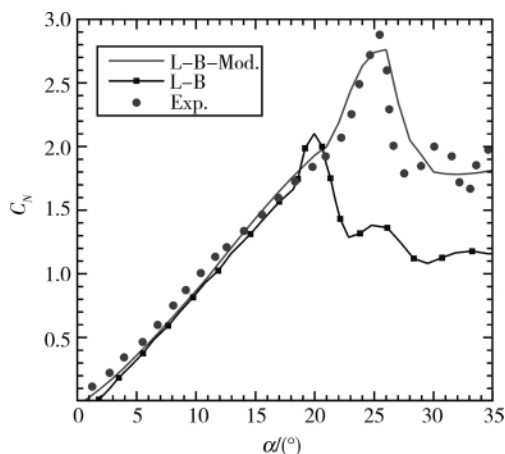


图 2 NACA0012 上升沿垂直力变化规律
($q=0.0145$)

Fig. 2 Variation of the normal force during up-stroke for NACA0012 ($q=0.0145$)

角单调下降过程垂直力变化规律图. 从图中可以看出, L-B 模型的垂直力计算值在该阶段与文献[22]中的试验值存在不小的差距, 而本文修正的 L-B 模型由于对翼型下降沿过程中涡运动效应产生的垂直力“低调值”进行了有效的建模, 因而能较为准确地预测翼型下降沿翼型垂直力的变化规律.

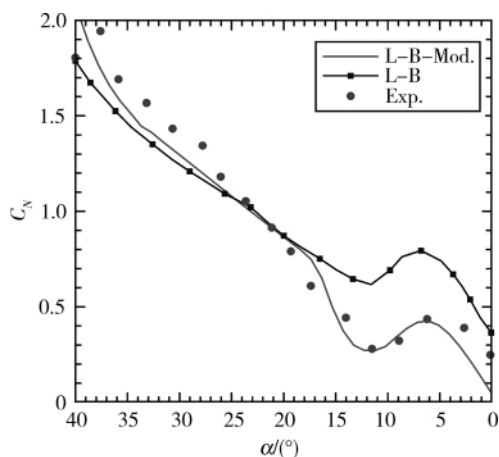


图 3 NACA0015 下降沿垂直力变化规律
($q=-0.0119$)

Fig. 3 Variation of the normal force during down-stroke for NACA0015
($q=-0.0119$)

图 4 为 $Ma=0.12$ 时正弦激励条件下 NACA0012 翼型垂直力变化规律图, 图中分别显示了本文和 Sheng 等修正的 L-B 模型的垂直力计算值及文献[22]的试验值. 根据图中对比可以看出, 本文的低马赫数修正模型能够较为准确地预

测垂直力的变化规律, 具体表现在上升沿延迟的失速点、失速后垂直力的“超调值”及下降沿的“低调值”都能准确地预测; 同时对比 Sheng^[22] 等的修正的 L-B 模型的计算结果表明, 由于本文在翼型下降沿气流再次附着阶段将涡运动效应对垂直力的“低调值”进行了有效的修正, 本文的预测结果明显优于 Sheng 等修正的 L-B 模型给出的该阶段的预测值. 图 5 给出了 NACA0015 翼型在正弦激励下垂直力的变化规律, 通过与文献[22]中翼型垂直力试验值的对比表明本文在低马赫数条件下对 L-B 模型的修正对 NACA0015 翼型具有通用性, 且能适用多种频率振动形式.

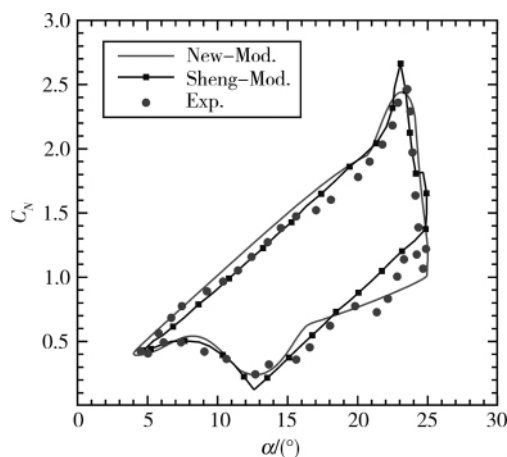


图 4 NACA0012 垂直力随迎角变化规律
($k=0.075$)

Fig. 4 Variation of the NACA0012 normal force against angle of attack ($k=0.075$)

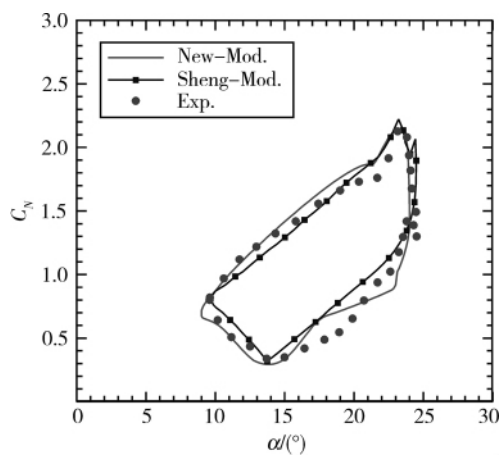


图 5 NACA0015 垂直力随迎角变化规律
($k=0.102$)

Fig. 5 Variation of the NACA0015 normal force against angle of attack ($k=0.102$)

图 6 和图 7 分别给出了 NACA0012 翼型在 $Ma=0.12, k=0.124$, 和 $\alpha=15^\circ+10^\circ\sin(\omega t)$ 时垂直力和变距力矩随迎角变化的规律图。从图中可以看出,在正弦激励条件下,本文的 L-B 修正模型预测的气动载荷变化规律与文献[21]中的翼型气动载荷试验值有较高的吻合度,进一步验证了本文低马赫 L-B 修正模型的正确性。

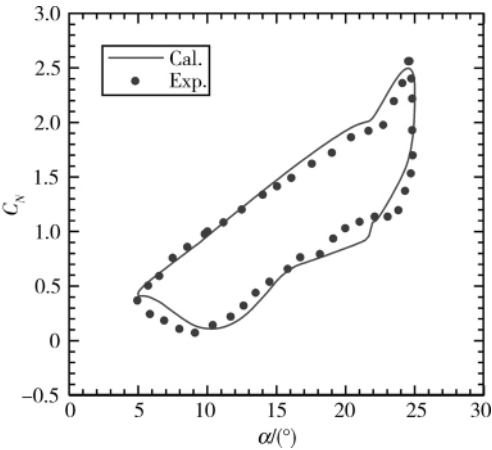


图 6 NACA0012 垂直力随迎角变化规律
Fig. 6 Variation of the NACA0012 normal force against angle of attack

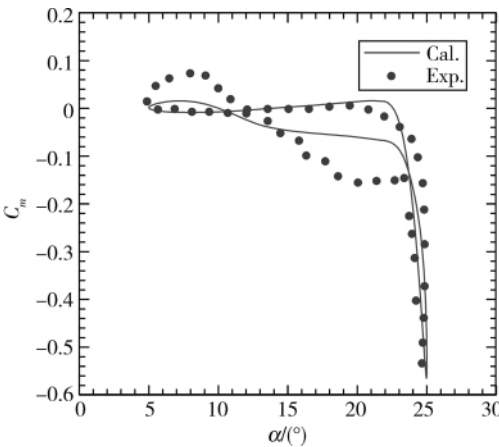


图 7 NACA0012 变距力矩随迎角变化规律
Fig. 7 Variation of the NACA0012 pitching moment against angle of attack

3.2 二元机翼气弹模型验证及分析

文献[13]试验研究了在低速风洞中 NACA0018 翼型颤振及失速颤振问题。本文拟采用该试验来验证低马赫数二元机翼气弹分析模型。表 1 列出了试验模型的主要结构动力学参数。

表 1 二元机翼气弹模型结构动力学参数
Table 1 Structure dynamic parameters of the two-dimensional wing aeroelastic model

模型参数	数值
弦长 $c/(\text{m})$	0.36
单位质量 $m/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	6.47
极惯性矩 $I_\theta/(\text{kg} \cdot \text{m})$	0.27
浮沉刚度 $K_h/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	6 040
变距刚度 $K_\theta/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	382.4

图 8 给出了在初始变距角 $\theta_0=11^\circ, 12^\circ$ 和 14° 时系统变距角幅值随来流速度变化的分岔图。图中变距角振动幅值 θ_a 位于零附近,原因是该振动幅值去除了初始变距角。表 2 列出了不同初始变距角时二元机翼气弹系统随来流变化的振动形式。从图 8 和表 2 所显示的结果可以看出,本文建立的二元机翼气弹系统分析模型预测的变距角响应幅值与文献[13]中的试验值吻合程度较高,验证了分析模型的正确性。结合图 8 和表 2 对二元机翼气弹系统的动力学特性分析如下:

1) 当 $\theta_0=11^\circ$, 来流速度 $V<25.5 \text{ m/s}$ 时,二元机翼气弹系统呈现出低幅振动特征,当 $V=25.5 \text{ m/s}$ 时系统的变距角振动幅值突然增大。图 9 分别给出了 $V=25.0 \text{ m/s}$ 和 $V=25.5 \text{ m/s}$ 时变距角及角速度的相平面图,由图可知变距角振动幅值急剧增加。表明系统在超临界霍普夫分岔 (supercritical Hopf bifurcation) 的基础上发生了折叠分岔 (fold bifurcation)^[13], 由于该现象发生前,机翼处于低幅振动状态,当来流速度达到临界值时,变距角幅值的急剧增加对气弹系统极具破坏性。

2) 图 10 给出了 $\theta_0=12^\circ$ 时翼型气弹系统随来流变化的分岔图。与 $\theta_0=11^\circ$ 时类似,系统在 $V=21.5 \text{ m/s}$ 发生了折叠分岔,二元机翼气弹系统由低幅极限环振动突变成高幅极限环振动;图 10 显示的极限环相平面图也反映了系统振动型式的变化。与 $\theta_0=11^\circ$ 时二元机翼气弹系统的分岔图相比,系统在较小的来流速度下形成了折叠分岔,但变距角响应幅值的突变程度较小,对二元翼型气弹系统的破坏程度降低。

3) 当二元机翼气弹系统的初始值 $\theta_0=14^\circ$ 时,由图 8 的系统分岔图可以看出,变距角响应幅值呈逐渐增加的趋势,在 $V=16.1 \text{ m/s}$ 时系统变距角响应幅值突增,二元机翼气弹系统仍呈现折

叠分岔特征,只是响应突增幅值与 $\theta_0 = 11^\circ$ 和 $\theta_0 = 12^\circ$ 时相比较小. 根据图 11 所示的极限环相平面图可以得到类似的结论.

4) 结合分岔图图 8 和相平面图图 9~图 11 可知,二元机翼气弹系统具有非线性特征,系统的折叠分岔与初始变距角初值和来流速度密切相关,且变距角初值的增加有利于降低折叠分岔对系统的影响.

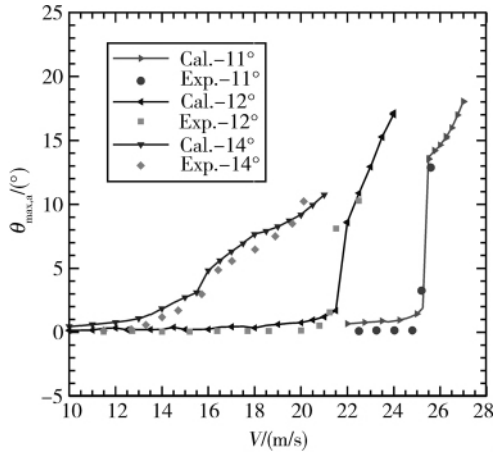


图 8 二元机翼气弹系统分岔图
Fig. 8 Bifurcation diagram of the two-dimensional wing aeroelastic system

表 2 二元机翼气弹系统振动形式
Table 2 Oscillation behavior of the two-dimensional wing aeroelastic system

振动型式	类型	V/(m/s)		
		$\theta_0 = 11^\circ$	$\theta_0 = 12^\circ$	$\theta_0 = 14^\circ$
低幅极限环	计算	<25.5	<21.5	<16.0
	试验	<25.1	<20.5	<16.4
折叠分岔	计算	25.5	21.5	16.0
	试验	25.1	21	16.4
高幅极限环	计算	≥ 25.5	≥ 21.5	≥ 16.0
	试验	≥ 25.1	≥ 21	≥ 16.4

3.3 低速失速颤振机理分析

L-B 模型根据前缘压力值 C'_N 判断翼型是否发生动态失速,失速过程与翼型表面气流分离点 f'' 密切相关^[19]. 本文对 L-B 模型所进行的低马赫修正也采用该方法判断翼型的动态失速现象. 图 12(a) 和 (b) 分别给出了 $\theta_0 = 11^\circ$ 时, $V = 25.0$ m/s 和 $V = 25.5$ m/s 前缘压力值 C''_N 和分离点 f''

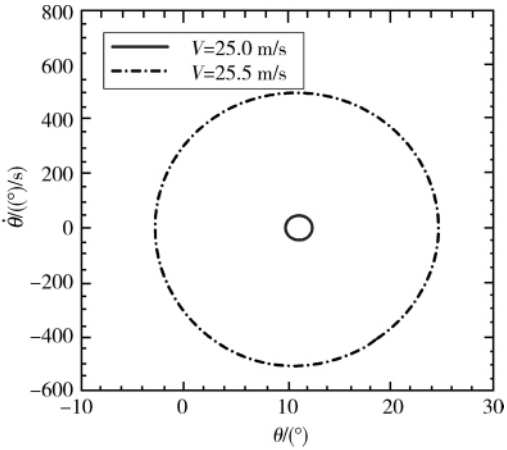


图 9 变距角及速率相平面图 ($\theta_0 = 11^\circ$)
Fig. 9 Phase plane figure between pitch angle and pitch angle velocity ($\theta_0 = 11^\circ$)

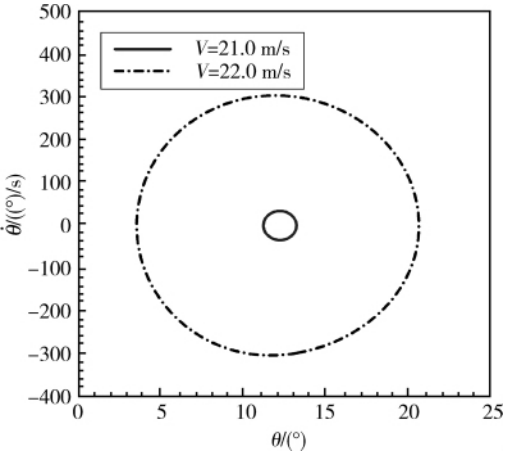


图 10 变距角及角速率相平面图 ($\theta_0 = 12^\circ$)
Fig. 10 Phase plane figure between pitch angle and pitch angle velocity ($\theta_0 = 12^\circ$)

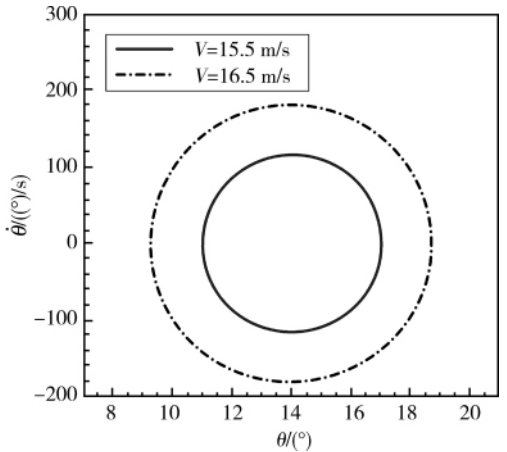


图 11 变距角及角速率相平面图 ($\theta_0 = 14^\circ$)
Fig. 11 Phase plane figure between pitch angle and pitch angle velocity ($\theta_0 = 14^\circ$)

的相平面图. 由图 12(a) 可以看出, 折叠分岔发生前, 翼型未发生动态失速现象; 而由图 12(b) 可知翼型前缘部分气流发生分离, 且前缘压力已超过动态失速的临界值 C_{N1} . 由图 9 知此时变距角极限环幅值急剧增加, 表明二元机翼气弹系统的折叠分岔是由于动态失速造成的, 即系统发生了失速颤振现象^[1-4]. 图 13 给出了 $\theta_0 = 14^\circ$ 时二元机翼气弹系统的前缘压力及分离点的相平面图. 对比图 13(a) 和图 13(b) 可知系统从低幅振动 ($V = 15.5 \text{ m/s}$) 到高幅振动 ($V = 16.5 \text{ m/s}$) 同样是由动态失速造成的, 颤振机理与 $\theta_0 = 11^\circ$ 时相同, 只是颤振表现的形式相对较弱.

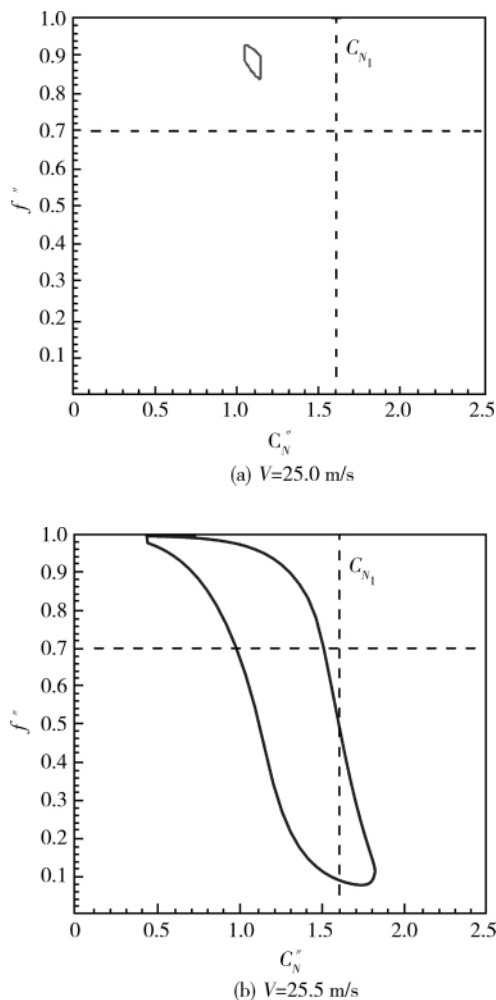


图 12 前缘压力及分离点相平面图 ($\theta_0 = 11^\circ$)

Fig. 12 Phase plane figure between leading edge pressure and separation point ($\theta_0 = 11^\circ$)

3.4 耦合非线性变距、浮沉刚度影响分析

图 14 给出了 $\theta_0 = 11^\circ$ 时二元机翼气弹系统在三次非线性变距刚度单独作用时二元机翼气弹系统变距幅值分岔图. 由图 14 可知, 三次非线性变

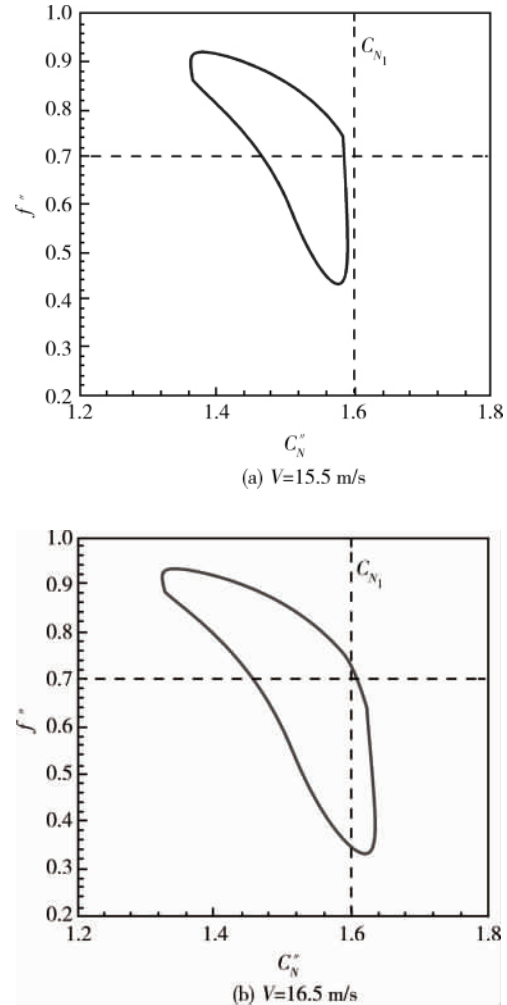


图 13 前缘压力及分离点相平面图 ($\theta_0 = 14^\circ$)

Fig. 13 Phase plane figure between leading edge pressure and separation point ($\theta_0 = 14^\circ$)

距刚度系数 $\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}$, 0.4 rad^{-2} 和 0.6 rad^{-2} 时, 二元机翼气弹系统分别在 $V = 25.7 \text{ m/s}$, 26.7 m/s 和 27.0 m/s 时产生折叠分岔, 表明渐硬的非线性变距刚度使系统的折叠分岔产生时的来流速度增加, 而变距角响应幅值则呈下降的趋势. 图 15 给出了二元机翼气弹系统在三次非线性浮沉刚度单独作用时系统变距响应幅值分岔图. 由图 15 可知, 三次非线性浮沉刚度系数 $\beta_h = 0.5 \text{ m}^{-2}$, 1.0 m^{-2} 和 2.0 m^{-2} 时, 系统分别在 $V = 25.2 \text{ m/s}$, 24.8 m/s 和 24.7 m/s 时产生折叠分岔, 表明系统产生折叠分岔时的来流速度随三次非线性浮沉刚度的增加而减小, 但变距响应幅值的变化不明显. 对比图 14 和图 15 可知, 相比三次非线性浮沉刚度, 二元机翼气弹系统对三次非线性变距刚度的变化较为敏感, 渐硬的非线性变距刚度能够使系统折叠分岔发生的来流速度提高的幅度较大.

图 16~图 19 给出了耦合变距、浮沉三次非

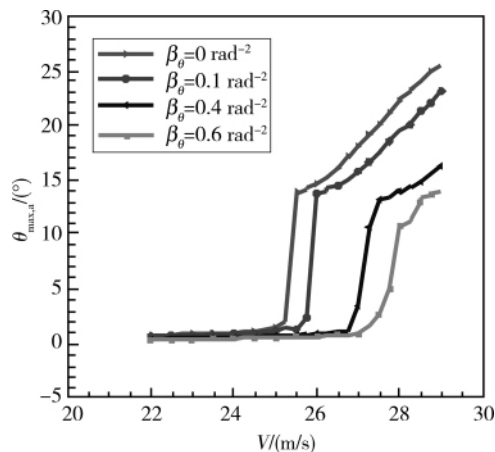


图 14 含有三次非线性变距刚度变距振幅分岔图,

$$\beta_\theta = 0 \text{ rad}^{-2}$$

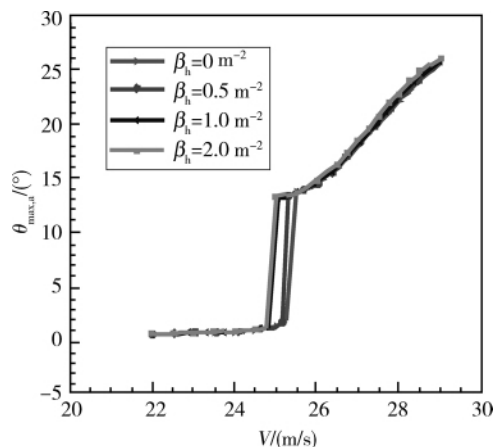
Fig. 14 Bifurcation diagram of pitch angle amplitude with cubic nonlinear stiffness in pitch, $\beta_\theta = 0 \text{ rad}^{-2}$ 

图 15 含有三次非线性浮沉刚度变距振幅分岔图,

$$\beta_h = 0 \text{ m}^{-2}$$

Fig. 15 Bifurcation diagram of pitch angle amplitude with cubic nonlinear stiffness in plunge, $\beta_h = 0 \text{ m}^{-2}$

线性刚度的二元机翼气弹系统变距幅值分岔图。由于二元机翼气弹系统对非线性变距刚度较为敏感,从图 16 可以看出当三次非线性变距刚度系数 ($\beta_\theta = 0.5 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 0.1 \text{ rad}^{-2}$) 较大时,系统的运动特征与图 14 和图 15 相比无实质变化,而由图 17 可知,二元机翼气弹系统在取较大三次非线性浮沉刚度系数 ($\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 0.5 \text{ rad}^{-2}$) 时,系统在超临界霍普夫分岔和折叠分岔发生后产生了准周期运动 ($28.0 \text{ m/s} < V < 30.0 \text{ m/s}$) 的二次霍普夫分岔 (secondary Hopf bifurcation)^[2]。对比图 17~图 19 可知,在三次非线性浮沉刚度系数由 $\beta_h = 0.5 \text{ m}^{-2}$ 增加到 $\beta_h = 2.5 \text{ m}^{-2}$ 时,系统的变距响应幅值波动有所增加,准周期运动特征更为明显。图 20~图 22 分别给出了 $V = 28.0 \text{ m/s}$,

$V = 29.0 \text{ m/s}$ 和 $V = 30.0 \text{ m/s}$,耦合三次非线性结构刚度 ($\beta_\theta = 0.5 \cdot \text{rad}^{-2}, \beta_h = 2.5 \text{ m}^{-2}$) 的二元机翼气弹系统变距响应、变距角及其速度的相平面、Poincare 截面及变距幅值功率谱密度 (PSD) 图。对比图 20~图 22 可知,二元机翼系统在未发生二次霍普夫分岔时,呈现周期性运动,而在二次霍普夫分岔发生时系统则呈现出准周期运动,图 21 (c)~图 21(d) 的相平面图、Poincare 截面图及功率谱密度图清楚地反映了该特征。随着来流速度的增加,二元机翼气弹系统再次进入周期性运动,如图 22 所示。

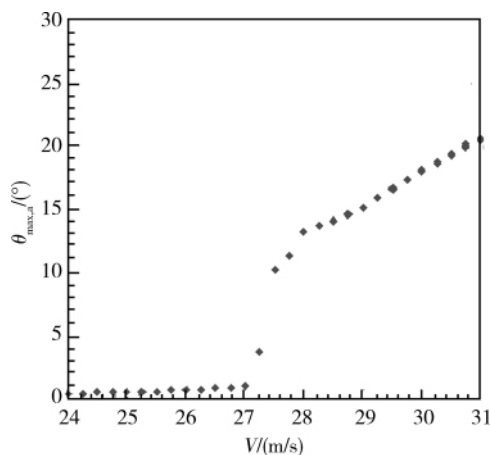


图 16 变距幅值分岔图,耦合变距、浮沉三次非线性

$$\text{刚度 } \beta_\theta = 0.5 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 0.1 \text{ m}^{-2}$$

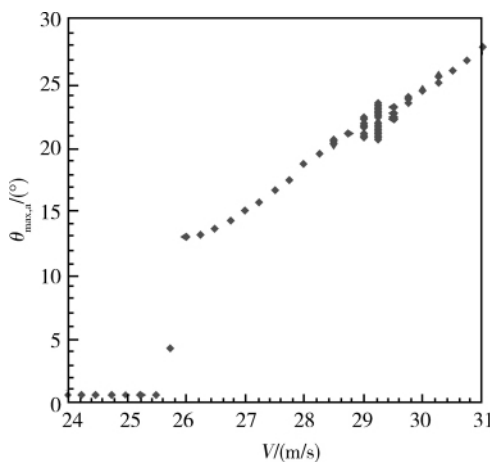
Fig. 16 Bifurcation diagram of pitch angle amplitude with coupled cubic stiffness in pitch and plunge, $\beta_\theta = 0.5 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 0.1 \text{ m}^{-2}$ 

图 17 变距幅值分岔图,耦合变距、浮沉三次非线性

$$\text{刚度 } \beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 0.5 \text{ m}^{-2}$$

Fig. 17 Bifurcation diagram of pitch angle amplitude with coupled cubic stiffness in pitch and plunge, $\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 0.5 \text{ m}^{-2}$

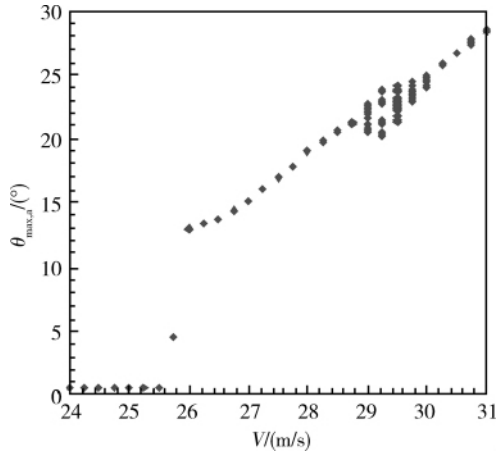


图 18 变距幅值分岔图,耦合变距、浮沉三次非线性
刚度 $\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 1.0 \text{ m}^{-2}$

Fig. 18 Bifurcation diagram of pitch angle amplitude with coupled cubic stiffness in pitch and plunge,
 $\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 1.0 \text{ m}^{-2}$

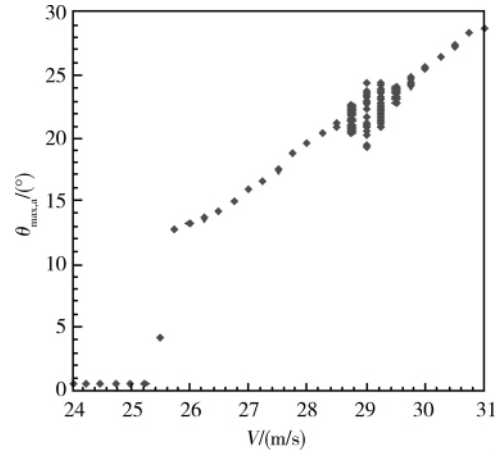


图 19 变距幅值分岔图,耦合变距、浮沉三次非线性
刚度 $\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 2.5 \text{ m}^{-2}$

Fig. 19 Bifurcation diagram of pitch angle amplitude with coupled cubic stiffness in pitch and plunge,
 $\beta_\theta = 0.1 \text{ rad}^{-2}, \beta_h = 2.5 \text{ m}^{-2}$

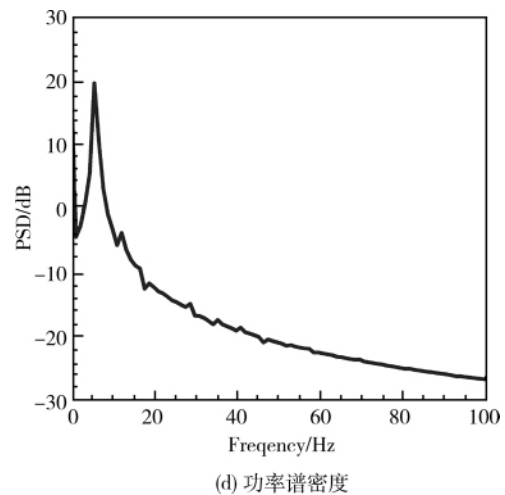
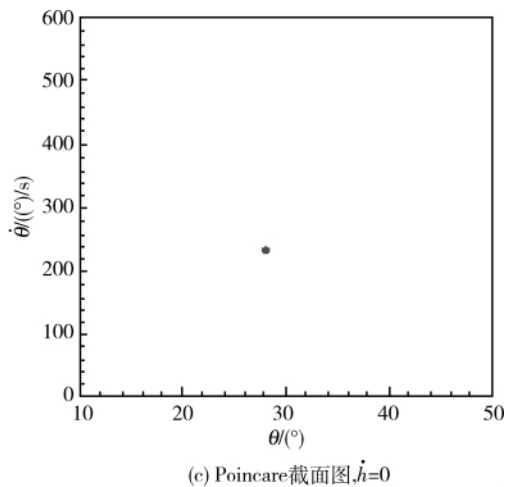
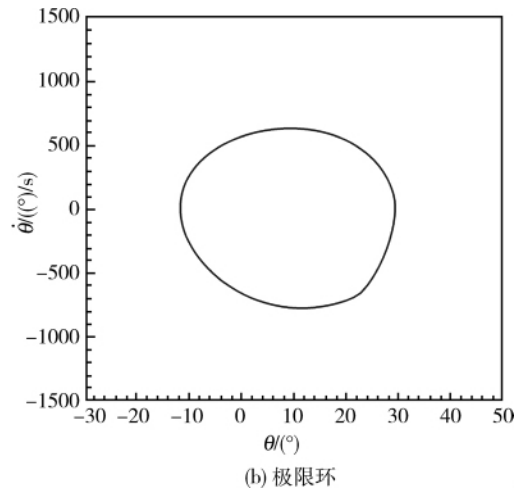
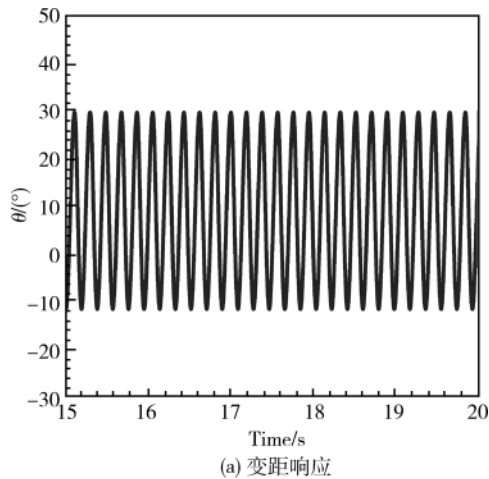
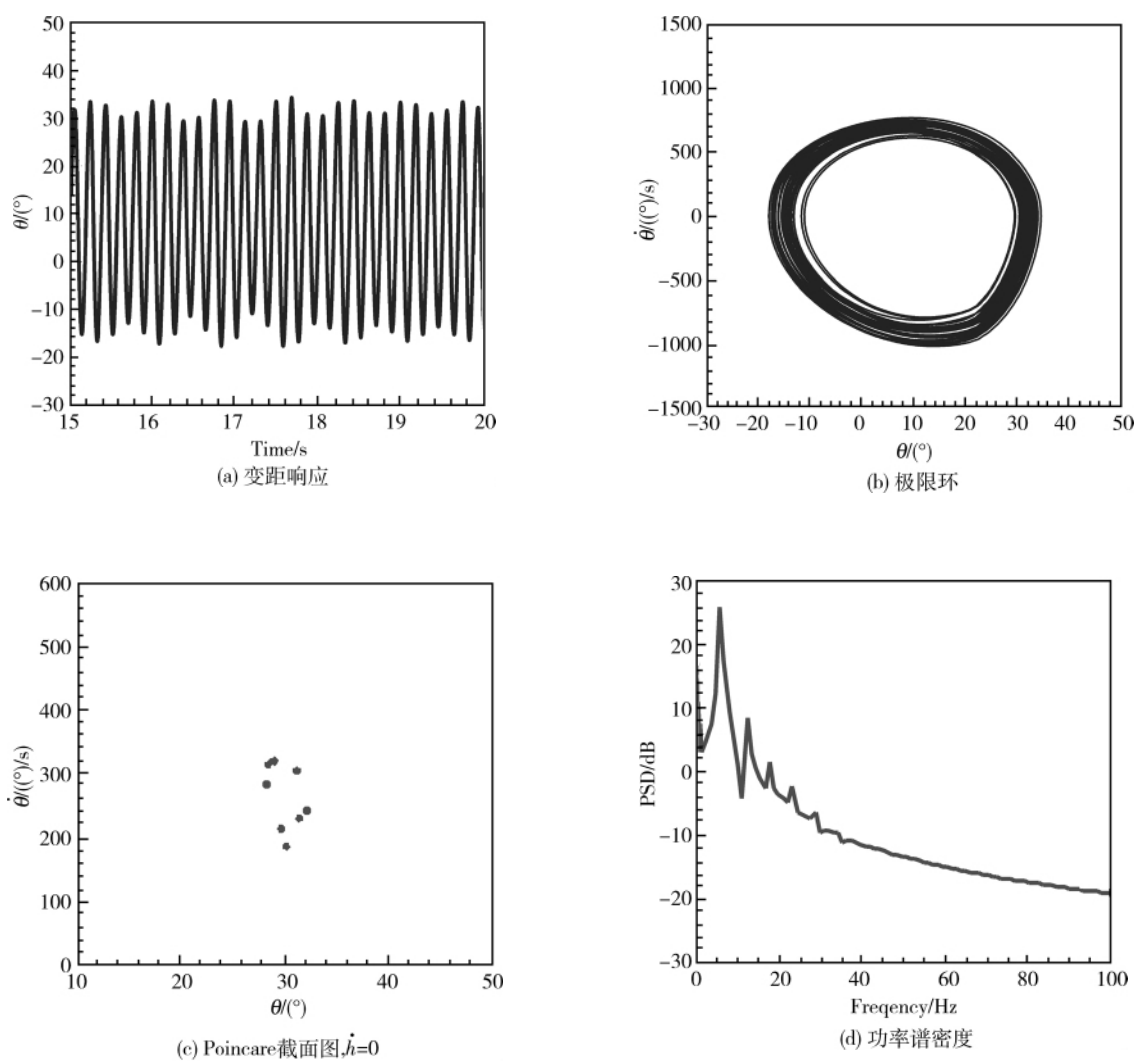
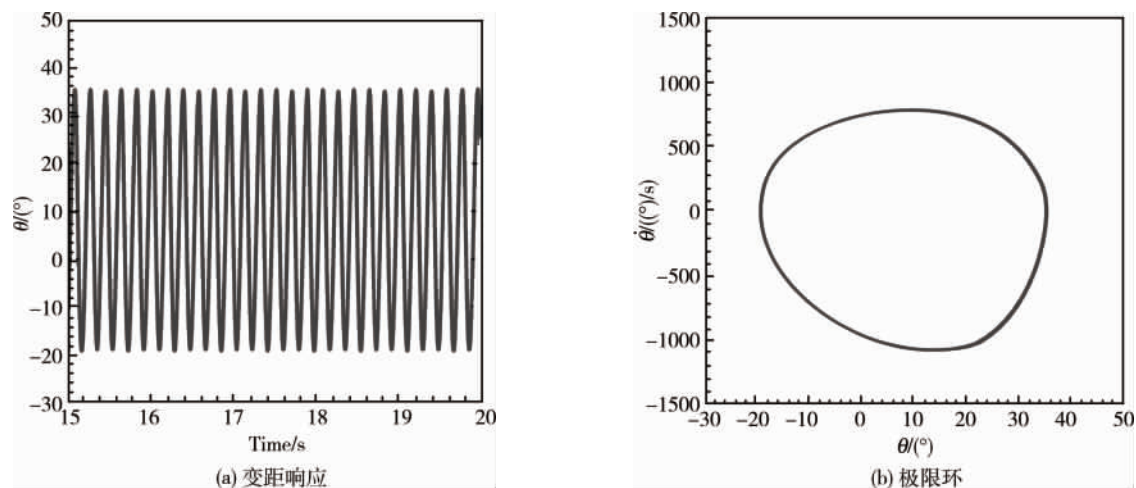
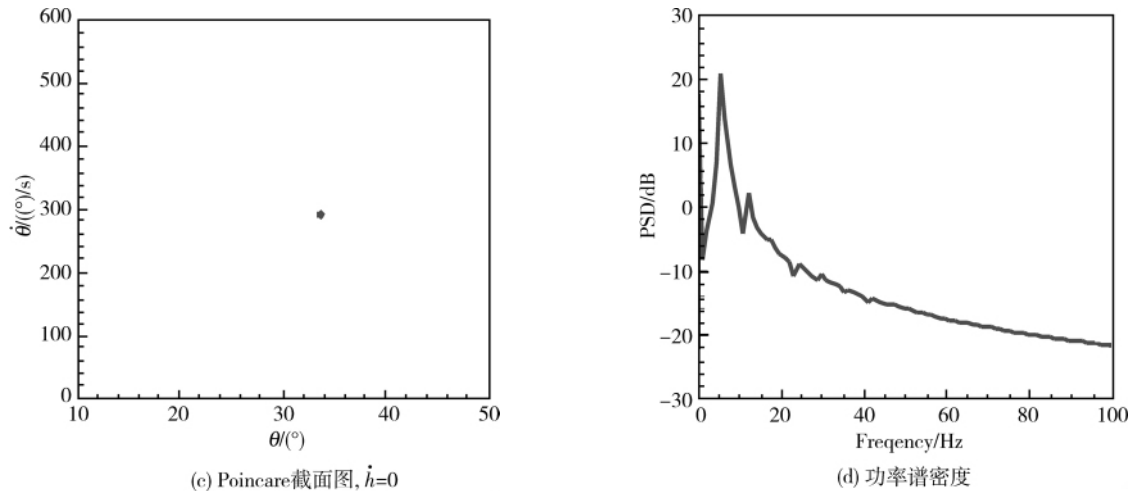


图 20 二元机翼气弹系统响应, $U = 28 \text{ m/s}$

Fig. 20 Response of two-dimensional wing aeroelastic system, $U = 28 \text{ m/s}$

图 21 二元机翼气弹系统响应, $U=29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ Fig. 21 Response of two-dimensional wing aeroelastic system, $U=29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 

图22 二元机翼气弹系统响应, $U=30$ m/sFig. 22 Response of two-dimensional wing aeroelastic system, $U=30$ m/s

4 结 论

1) 通过与相关文献的对比表明本文所建立的低马赫数修正模型是正确的,能够较为准确地预测翼型在低速条件下的气动载荷。

2) 二元机翼气弹系统具有非线性特征,失速颤振与翼型初始变距角及来流速度密切相关,且动态失速是造成折叠分岔后极限环振动幅值突变的主要原因。

3) 二元机翼气弹系统对三次非线性变距刚度较为敏感,相比三次非线性浮沉刚度,渐硬的三次非线性变距刚度提高系统的失速颤振来流速度临界值幅度更大,且耦合三次非线性变距和浮沉刚度的二元机翼气弹系统在一定条件下会产生二次霍普夫分岔的准周期运动。

参考文献:

- [1] Seydel R. Practical bifurcation and stability analysis[M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [2] Lee B H K, Price S J, Wong Y S. Nonlinear aeroelastic analysis of airfoils: bifurcation and chaos[J]. Progress in Aerospace Sciences, 1998, 35(3): 205-334.
- [3] Galvanetto U, Peiro J, Chantharasenawong C. Remarks on the nonlineardynamics of a typical aerofoil section in dynamic stall[J]. Aeronautical Journal, 2007, 111(1125): 731-739.
- [4] Sarkar S, Bijl H. Nonlinear aeroelastic behavior of an oscillating airfoil during stall-induced vibration[J]. Journal of Fluids and Structures, 2008, 24(6): 757-777.
- [5] Dunn P, Dugundji J. Nonlinear stall flutter and divergence analysis of cantilevered graphite/epoxy wings[J]. AIAA Journal, 1992, 30(1): 153-162.

- [6] Ham N D, Young M I. Limit cycle torsional motion of helicopter blades due to stall[J]. Journal of Sound and Vibration, 1966, 4(3): 431-432.
- [7] Fuykschot P H, Kooi J W. Stall flutter of sting-supported wind tunnel models[R]. AIAA-2004-2198, 2004.
- [8] Lee B H K, Liu L, Chung K W. Airfoil motion in subsonic flow with strong cubic nonlinear restoring forces[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 281(3): 699-711.
- [9] Marsden C C, Price S J. The aeroelastic response of a wing section with a structural free play nonlinearity: an experimental investigation[J]. Journal of Fluids and Structures, 2005, 21(3): 257-276.
- [10] 牟让科, 杨永年, 叶正寅. 带有结构刚度非线性的跨音速翼型颤振特性研究[J]. 振动工程学报, 2001, 14(3): 219-321.
MOU Rangke, YANG Yongnian, YE Zhengyin. Investigation of transonic flutter characteristics of airfoil with nonlinear structure stiffness[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14(3): 219-321. (in Chinese)
- [11] 杨永年, 叶正寅. 带有结构非线性的跨音速翼型颤振特性研究[J]. 计算物理, 2002, 19(2): 173-176.
YANG Yongnian, YE Zhengyin. An investigation of airfoil flutter characteristics with structure nonlinearity at transonic speed[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2002, 19(2): 173-176. (in Chinese)
- [12] Dimitriadis G, Li J. Bifurcation behavior of airfoil undergoing stall flutter oscillations in low-speed wind tunnel[J]. AIAA Journal, 2009, 47(11): 2577-2596.
- [13] Razak N A, Andrianne T, Dimitriadis G. Flutter and stall flutter of a rectangular wing in a wind tunnel[J]. AIAA Journal, 2011, 49(10): 2258-2271.
- [14] Shao S, Zhu Q H, Zhang C L, et al. Airfoil aeroelastic flutter analysis based on modified Leishman-Beddoes model at low Mach number[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(5): 550-557.
- [15] Ericsson L E, Reding J P. Dynamic stall at high frequency

- and large amplitude[J]. *Journal of Aircraft*, 1980, 17(3): 136-142.
- [16] Beddoes T S. A synthesis of unsteady aerodynamic effects including stall Hysteresis[J]. *Vertica*, 1976, 1(2): 113-123.
- [17] Johnson W. Comparison of three methods for calculation of helicopter rotor blade loading and stresses due to stall[R]. NASA-TN-D-7833, 1974.
- [18] Tran C T, Falchero D. Application of ONERA dynamic stall model to a helicopter rotor blade in forward flight[J]. *Vertica*, 1982, 6(3): 219-239.
- [19] Leishman J G, Beddoes T S. A semi-empirical model for dynamic stall[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 1989, 34(3): 3-17.
- [20] Beddoes T S. A third generation model for unsteady aerodynamics and dynamics stall [R]. Westland Helicopter Limited RP-908, 1993.
- [21] Sheng W, Galbraith R A McD, Coton F N. A modified dynamic stall model for low Mach numbers[J]. *Journal of Solar Energy Engineering*, 2008, 130(3): 031013/1-10.
- [22] Sheng W, Galbraith R A McD, Coton F N. Return from airfoil stall during ramp-down pitching motions[J]. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(6): 1856-1864.
- [23] Niven A J, Galbraith R A McD. Modelling dynamic stall vortex inception at low Mach numbers [J]. *Aeronautic Journal*, 1997, 101(2): 67-76.
- [24] Ericsson L E. Dynamic airfoil flow separation and reattachment[J]. *Journal of Aircraft*, 1995, 32(6): 1191-1197.
- [25] Crank J, Nicolson P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type[J]. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 1947, 43(1): 50-67.